

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №12» ГОРОДА ЧЕБОКСАРЫ

План-конспект урока в 11 классе

## **Применение производной к построению графиков функций**

Подготовила  
учитель математики МБОУ  
«СОШ №12» г.Чебоксары  
Петрова Л.Г.

Чебоксары-2018

Цель урока:

1. Формирование и закрепление навыков построения графиков функций с помощью исследования;
2. Повторение формул и определения производной, возрастания и убывания функции, экстремумы и значение функции в точке экстремума;
3. Развития логического мышления, математической интуиции, развитие математической речи.

Наглядные пособия и оборудования:

1. Таблицы: 1)Формулы производных и правил дифференцирования;  
2)Возрастания и убывания, экстремумы функций.
2. Карточки для индивидуальной работы;
3. Кадаскоп;

Ход урока.

I. Организационный момент.

Ознакомление учащихся с целями и планом урока.

План урока.

- 1).Повторение формул производных;
- 2).Работа с таблицами (нахождение промежутков возрастания, убывания, точек экстремума);
- 3). Самостоятельная работа в форме теста;
- 4). Разбор домашней работы у доски.  
№566 (1);
- 5).Закрепление.  
1.Решение задач у доски №569 (1,2).
- 2.Индивидуальная работа по карточкам (3 ученика Сидоров Д., Гурьева Е., Васильева У.)
- 7). Вывод;
- Домашняя работа №№568, 569 (3;4);
- 8). Итоги.

II. Применение таблицы для повторения формул производных.

III. Работа с таблицами. Повторение определения возрастания, убывания, экстремумы функций.

Задание.

Назовите промежутки возрастания, убывания и точки экстремума функции, изображенные на таблицах.

Таблица 1.

Ответ:  $x_1$  – точка max;  $x_2$  – точка min. Функция возрастает на промежутке  $(-\infty; x_1]$ ,  $[x_1; +\infty)$  и убывает на  $[x_1; x_2]$ .

Таблица 1.

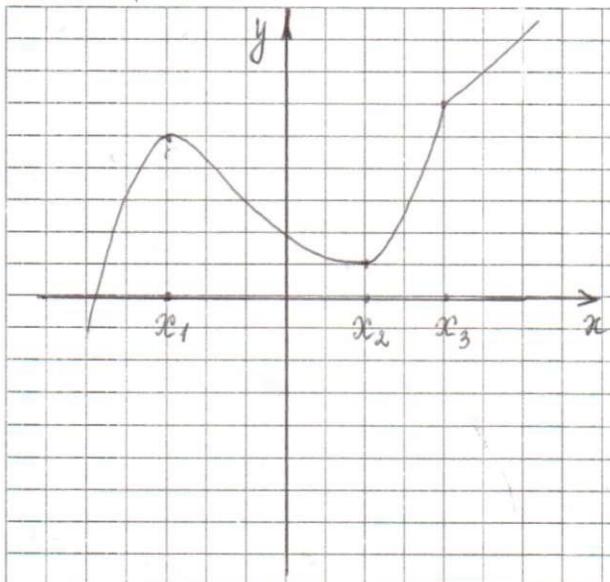


Таблица 2.

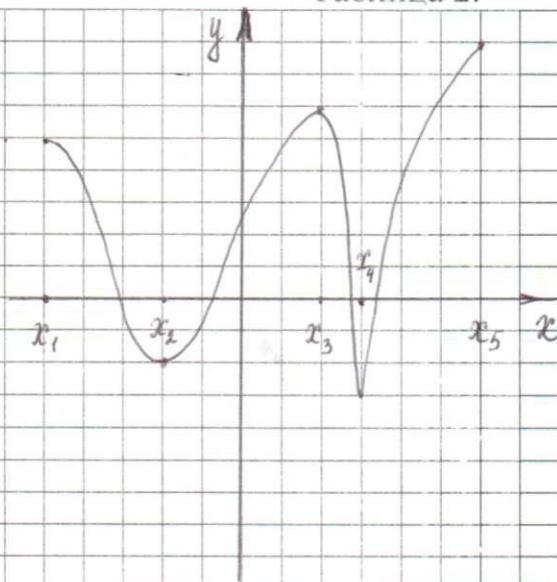


Таблица 2.

Ответ:  $x_2, x_4$  точки мин;  $x_1, x_3, x_5$ . Функция возрастает на  $[x_2, x_3], [x_4, x_5]$  и убывает на  $[x_1, x_2], [x_3, x_4]$ .

Таблица 3.

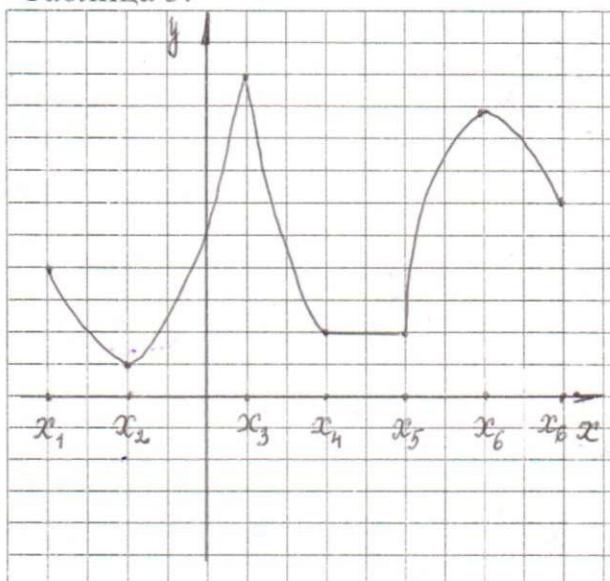


Таблица 4.

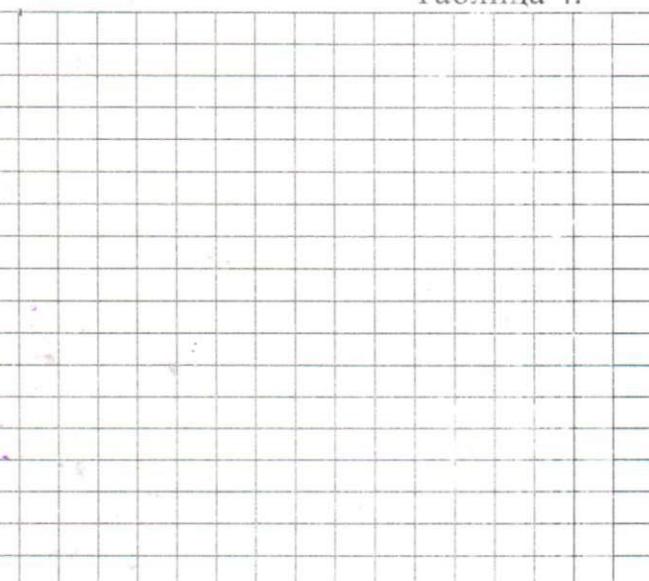


Таблица 3.

Ответ:  $x_2, x_4, x_5, x_6$  точки мин;  $x_1, x_3, x_6$   $- \max$ . Функция возрастает на  $[x_2, x_3], [x_5, x_6]$  и убывает на  $[x_1, x_2], [x_3, x_4], [x_6, x_7]$ . Функция постоянная на  $[x_4, x_5]$ . Все точки отрезка  $[x_4, x_5]$  являются точками экстремума, а  $x_4, x_5$  – точки мин. Все остальные точки ( $x_1, x_2, x_3, x_6, x_7$ ) одновременно являются точками минимума и максимума.

Таблица 4. Ответ: Точек экстремума нет.

3). Самостоятельная работа в форме теста.

(Продолжительность работы 6-7 мин.)

Вариант 1.

Вариант 2.

1. Найдите стационарные (критические) точки функции $y = 4 - 3x^2 + x^3$ Ответ: 1) -1; 0; *2) 0; 2; 3) -2 ; 0.	Найдите стационарные (критические) точки функции $y = x^3 + x^2 - 5$ . Ответ: 1) -1; 0; 2) 0; 2; *3) -2 ; 0.
2. Найдите точки экстремума функции $y = 1 - 2x^2$ Ответ: *1) $X_{\max} = 0$ , 2) $X_{\min} = 0$ , 3) $X_{\max} = 1$ ;	Найдите точки экстремума функции $y = x^2 - 1$ . Ответ: *1) $X_{\max} = -1$ , *2) $X_{\min} = 0$ , 3) $X_{\max} = 1$ ;
3. Найдите значение функции $y = x^4 - 2x^2$ в точках экстремума. Ответ: *1) -1; 0; 2) 0; 1; 3) -1 ; 1.	Найдите значение функции $y = x^3 - 3x^2$ в точках экстремума. Ответ: 1) -2; 0 2) 2; 1 *3) 0 ; -4.
4. Укажите промежутки монотонности функции $y = 5x^3 - 7$ . Ответ: *1) Возрастает на $R$ ; 2) Возрастает при $x \geq 0$ , 3) убывает на $R$ .	Укажите промежутки монотонности функции $y = 3 - 2x^3$ Ответ: 1) Возрастает на $R$ ; 2) Убывает при $x \leq 0$ , *3) убывает на $R$ .
5. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = \sqrt{x - 3}$ . Ответ: *1) Возрастает при $x \geq 3$ ; 2) Возрастает на $R$ ; 3) Возрастает при $x > 3$ ;	Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = \sqrt{5 - x}$ Ответ: 1) Возрастает при $x \geq 5$ ; *2) Убывает при $x \leq 5$ ; 3) Убывает при $x < 5$ ;
6. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \frac{1}{2} \sin 2x$ в точке $x_0 = \pi/4$ . Ответ: *1) 0; 2) 1; 3) -1.	Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 1/3 \cos 3x$ в точке $x_0 = \pi/3$ . Ответ: 1)-1 ; *2) 0; 3) 1.
7. Составьте уравнение касательной в точке экстремума функции $y = 1/3x^3 - x$ . Ответ: 1) $y = -2/3$ ; 2) $y = 2/3$ ; *3) $y = -2/3$ ; $y = 2/3$ ;	Составьте уравнение касательной в точке экстремума функции $y = 1/2x^4 - x^2$ . Ответ: *1) $y = 0$ ; $y = -1/2$ ; 2) $y = 0$ ; 3) $y = -1/2$ ;

Правильные ответы указаны \* для проверки. После выполнения самостоятельной работы через кадаскоп на экран вывели правильные ответы.

Учитель: «Ребята, поменялись листочками. Проверьте, пожалуйста, ответы, поставьте оценки».

Вопрос. Какое задание вызвало наибольшее затруднение? (Разбор задания).

#### IV. Разбор домашней работы у доски.

Для проверки домашнего задания понадобится схема для исследования функции, которая выведена кадаскопом на экран.

Домашняя работа написана на обратной стороне доски во время перемены учеником ( Осипов Е.). Ученик выходит к доске и объясняют свое решение.

№ 566 (1).

1). Построить график функции  $y = x^3 - 3x^2 + 4$ .

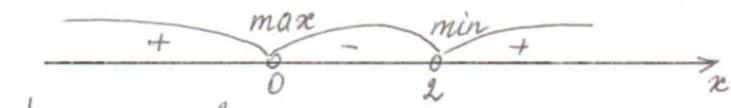
1.  $D(y) = \mathbb{R}$ ;

2.  $y' = (x^3 - 3x^2 + 4)' = 3x^2 - 6x$ ;

3.  $y' = 0, 3x^2 - 6x = 0$ ;

$3x(x - 2) = 0$ ;

$x = 0, x = 2$  стационарные точки;



$y(10) = 3 \cdot 10^2 - 6 \cdot 10 > 0$ ;

4. Функция возрастает на  $(-\infty; 0]$ ,  $[2; +\infty)$ , убывает  $[0; 2]$ .

5.  $X_{\max} = 0, Y_{\max} = 4$ ,

$X_{\min} = 2, Y_{\min} = 0$ .

6. 1).  $y = 0, x^3 - 3x^2 + 4 = 0$ ;

$x^3 - 2x^2 - x^2 + 4 = 0$ ;

$x^2(x - 2) - (x^2 - 4) = 0$ ;

$x^2(x - 2) - (x - 2)(x + 2) = 0$ ;

$(x - 2)(x^2 - x - 2) = 0$ ;

$(x - 2) = 0, (x - x - 2) = 0$ ;

$x = 2; \text{ т. Виета } x = 2, x = 1$ .

$(-1; 0); (2; 0)$  – координаты точек пересечения графика функции с осью ОХ;

2)  $x = 0; y = 4$ .

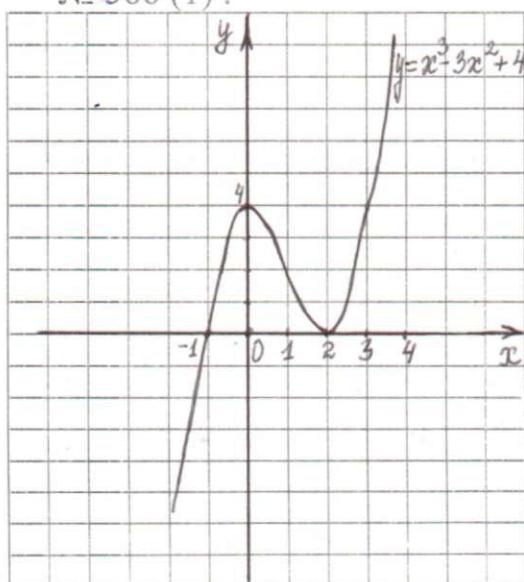
$(0; 4)$  – координаты точки пересечения графика функции с осью ОУ;

7. Вспомогательные точки.

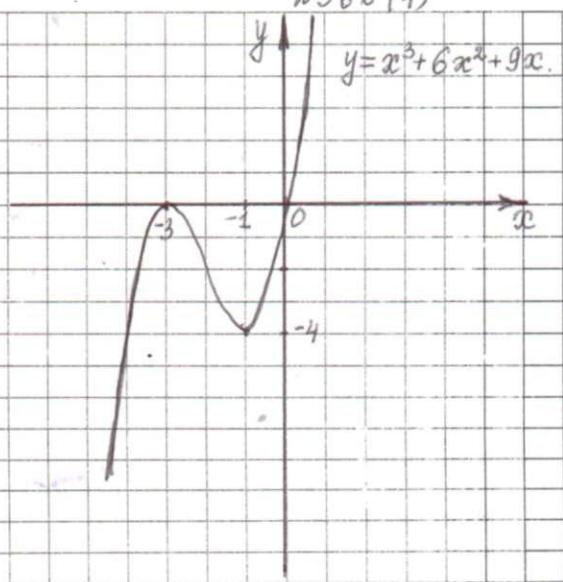
$x = 3, y = 27 - 27 + 4 = 4$ ;

$x = -2, y = -8 - 12 + 4 = -16$ .

№ 566 (1).



№ 566 (4)



## V. Закрепление.

1. Решение задач у доски №569 (1,2).

№ 569 (1). (Матвеева О ).

1) Построить график функции  $y = 2 + 5x^3 - 3x^5$  с помощью исследования.

$$1. D(y) = \mathbb{R};$$

$$2. y' = 15x^2 - 15x^4 = 15x^2(1 - x^2);$$

$$3. y' = 0; \quad 15x^2(1 - x^2) = 0;$$

$$x = 0; \quad (1 - x^2) = 0;$$

$$x^2 = 1;$$

$$x = -1; x = 1;$$

$x = 0; x = -1; x = 1$ ; стационарные точки.



$$y(2) > 0, \quad 15x^2(1 - x^2) > 0;$$

4. Функция возрастает на  $[-1; 1]$ ; убывает  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ ,

$$5. X_{\max} = 1, \quad Y_{\max} = 2 + 5 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^5 = 2 + 5 - 3 = 4.$$

$$X_{\min} = -1, \quad Y_{\min} = 2 + 5(-1)^3 - 3(-1)^5 = 2 - 5 + 3 = 0.$$

$x = 0$  – точка перегиба,  $y = 2$ .

$$6. y = 0; \quad 2 + 5x^3 - 3x^5 = 0;$$

$$-3x^5 + 5x^3 + 2x^2 + 2 = 0;$$

$$3x^3(x^2 - 1) + 2(x^3 + 1) = 0;$$

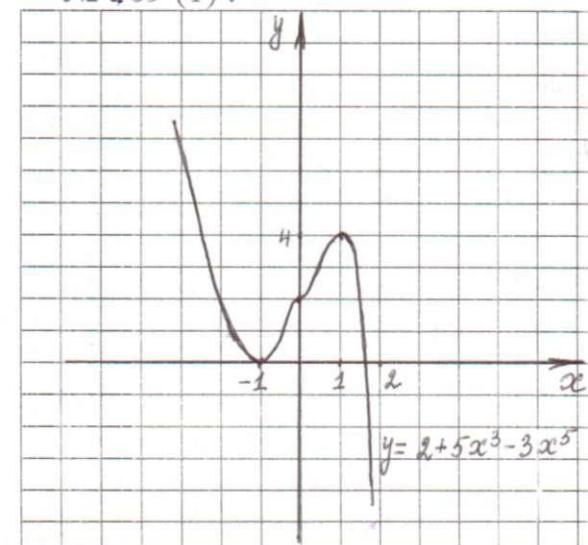
$$x + 1 = 0, \quad 3x^3 - 3x^2 + 2x^2 - 2x + 2 = 0;$$

$$x = -1, \quad 3x^3 - x^2 - 2x + 2 = 0;$$

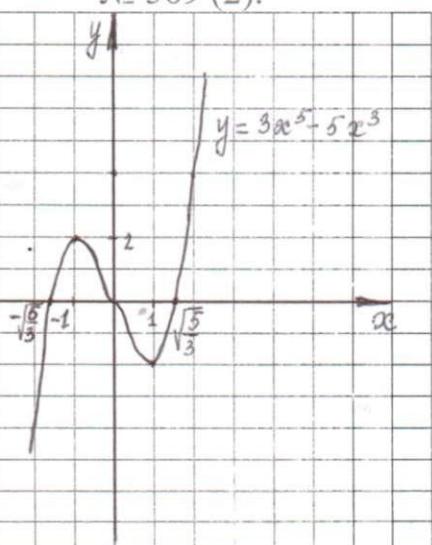
$(-1; 0), (0; 2), (x; 0)$  координаты точек пересечения графика функции с осями координат;

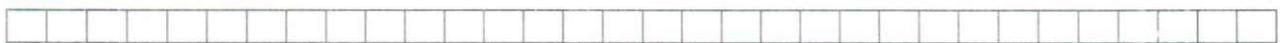
$1 < x < 2$ , т.к.  $y(1) = 4$ ;  $y(2) = -54$ .

№ 569 (1).



№ 569 (2).





№ 569 (2). (Петров М.)

1). Построить график функции  $y = 3x^5 - 5x^3$  с помощью исследования.

$$1. D(y) = \mathbb{R};$$

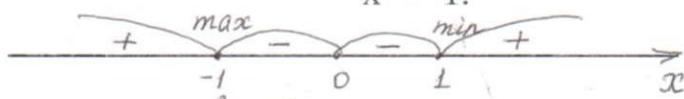
$$2. y' = 15x^4 - 15x^2 = 15x^2(x^2 - 1);$$

$$3. y' = 0; 15x^2(x^2 - 1) = 0;$$

$$15x^2 = 0, (x^2 - 1) = 0;$$

$$x = 0, x = +1;$$

$$x = -1.$$



$$y(10) = 15 \cdot 10^2(10^2 - 1) > 0;$$

4. Функция возрастает на  $(-\infty; -1]$ ,  $[1; +\infty)$ , убывает  $[-1; 1]$ ;

$$5. X_{\max} = -1, Y_{\max} = 3(-1)^5 - 5(-1)^3 = -3 + 5 = 2,$$

$$X_{\min} = 1, Y_{\min} = 3 \cdot 1^5 - 5 \cdot 1^3 = 3 - 5 = -2.$$

$X = 0$  – точка перегиба,  $y = 0$ .

$$6. y = 0; 3x^5 - 5x^3 = 0;$$

$$x^3(3x^2 - 5) = 0;$$

$$x = 0, (3x^2 - 5) = 0;$$

$$x^2 = \frac{5}{3};$$

$$x = -\sqrt{\frac{5}{3}}; x = \sqrt{\frac{5}{3}};$$

$(0; 0), (-\sqrt{\frac{5}{3}}; 0), (\sqrt{\frac{5}{3}}; 0)$  – координаты точек пересечения графика

функции с осями координат;

7. Вспомогательные точки.

$$x = 2, y = 3 \cdot 32 - 5 \cdot 8 = 96 - 40 = 56.$$

2. Индивидуальная работа по карточкам.

Во время работы учеников у доски сильные учащиеся на местах получают карточки (3 ученика - Сидоров Д., Гурьева Е., Васильева У.).

VII. Вывод.

Домашняя работа №№568, 569 (3;4);

VIII. Итоги.